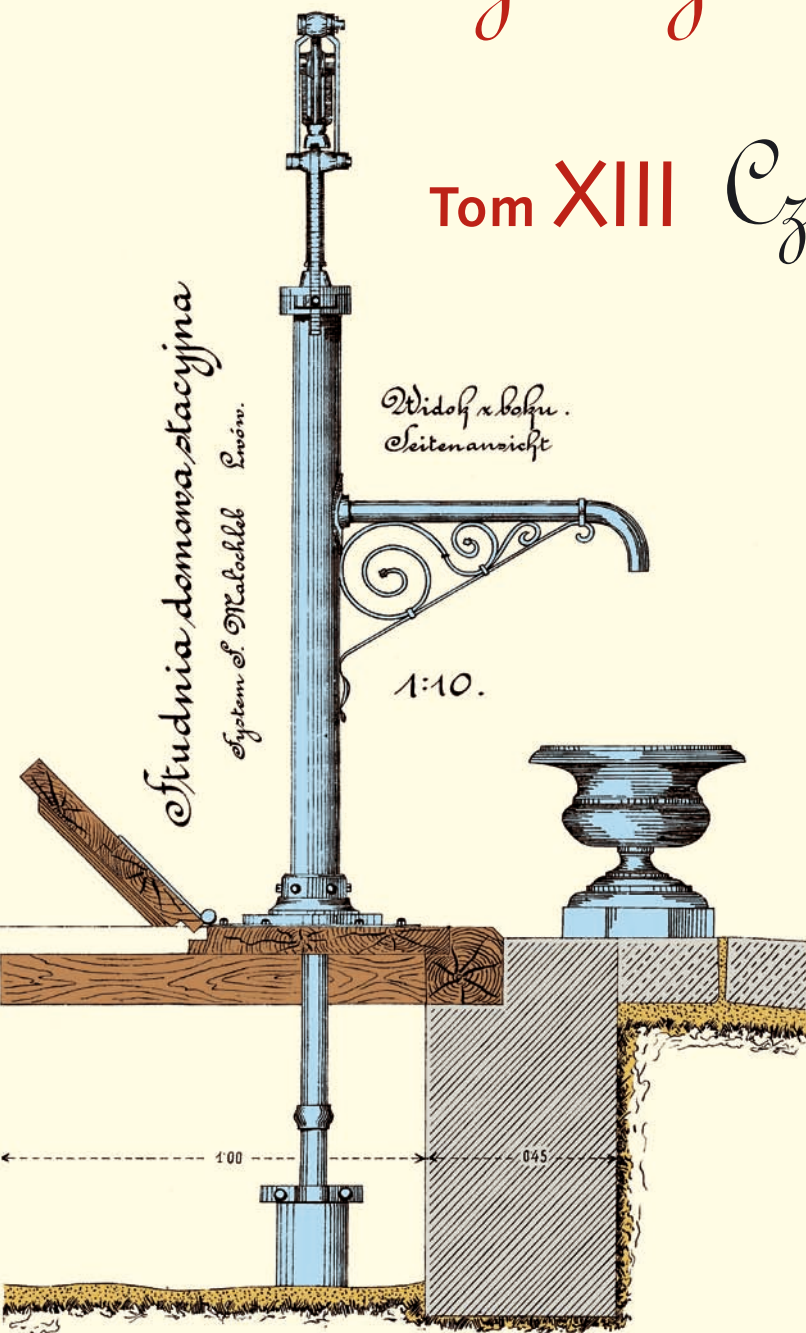


Współczesne problemy hydrogeologii

Tom XIII Część 3.





Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez
Narodowy Fundusz Ochrony Środowiska
i Gospodarki Wodnej

Recenzenci:

Jadwiga Szczepańska
Wojciech Ciężkowski
Józef Górski
Andrzej Kowalczyk
Ewa Krogulec
Grzegorz Malina
Jerzy Małecki
Marek Marciniak
Jacek Motyka
Marek Nawalany
Jan Przybyłek
Andrzej Rózkowski
Andrzej Sadurski
Andrzej Szczepański
Stanisław Staśko
Stanisław Witczak
Andrzej Zuber

Redakcja: Andrzej Szczepański, Ewa Kmiecik, Anna Żurek

Teksty artykułów w częściach 2. i 3. zostały wydrukowane z wersji elektronicznej dostarczonej przez Autorów, metodą bezpośredniej reprodukcji (*camera ready*)

Projekt okładki i stron tytułowych: Andrzej Tomaszewski

Na okładce: fragment projektu studni miejskiej we Lwowie z 1906 roku
— ze zbiorów prof. **Antoniego S. Kleczkowskiego** (1922–2006)

Korekta: Zespół

Skład komputerowy systemem $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$: pre $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ t, www.pretext.com.pl

Druk: ROMA-POL, www.romapol.pl

ISBN-13 978-83-88927-16-4

**Agnieszka A. Kowalczyk,
Aleksandra Łukasiewicz, Janusz Michalak**

**Problemy metodyczne modelowania przepływu
wody podziemnej w przekrojach**

**Methodological Problems with Groundwater Flow
Modelling on Cross-Sections**

Słowa kluczowe modelowanie przepływu wód podziemnych, model 2D pionowy, przekrój hydrogeologiczny

Key words groundwater flow modelling, 2D vertical model, hydrogeological cross-section

Abstract Two-dimensional cross-section models are a specific group amongst various types of models which represent groundwater flow. This article is a discussion of two methodical problems concerning vertical models: the cross-section vertical exaggeration effect and the variability of linear equations' coefficients. These problems were examined on the basis of two examples: a model located across the surface water basin connected with the Pleistocene-holocene aquifer and a multi-aquifer model of an artesian basin. The authors point out that the Wallick and Toth's groundwater circulation schema should be treated only theoretically. The vertical system of equipotential lines on the actual models indicates that their application to permeable beds is limited.

1. Wstęp

Modele przepływu wody podziemnej w układzie przestrzennym 2D pionowym, czyli na przekrojach hydrogeologicznych, stanowią bardzo niewielką część wśród różnych typów modeli stosowanych w hydrogeologii. Metodyka ich opracowywania i analizy różni się istotnie od powszechnie budowanych modeli 2D i 2.5D poziomych. Obszerny przegląd modeli poziomych i modeli 3D zawiera praca Szymanki (1980), jednak klasyfikacja i metodyka budowy modeli w przekrojach hydrogeologicznych nie jest tam opisana.

Bardzo istotnym warunkiem stosowania modeli 2D pionowych w rozwiązywaniu zagadnień praktycznych jest upewnienie się, że w modelowanym systemie składowe wektorów prędkości filtracji poprzeczne do płaszczyzny przekroju hydrogeologicznego są na tyle małe, że pominięcie ich nie wprowadza znaczących błędów wyniku. W sensie hydrogeologicznym sprowadza się to do sytuacji, w której linie prądu w układzie 2D płaskim (x, y) są w przybliżeniu równoległe do siebie i także do linii przekroju. Ponadto model taki nie może być użyty do symulowania stanów, w których warunki brzegowe w systemie rzeczywistym zmieniają ten płaski, poziomy obraz hydrodynamiczny. Typowym przykładem sytuacji, w której modele takie mogą być stosowane jest analiza wpływu wahań zwierciadła wody w rzece na wahania poziomu wody w przylegających do rzeki osadach tarasów akumulacyjnych. Aby przedstawione tu warunki mogły być spełnione, musi być wcześniej znany poziomy obraz hydrodynamiczny na badanym obszarze. Z tego względu modele płaskie pionowe są najczęściej stosowane jako cenne uzupełnienie modeli płaskich poziomych — jedno- lub wielowarstwowych.

Analiza szeregu publikacji dotyczących zagadnień modeli pionowych opartych na przekrojach hydrogeologicznych i własne doświadczenia autorów w tym zakresie wykazały, że do najistotniejszych problemów metodycznych można tu zaliczyć następujące:

- Zjawisko anizotropii ośrodka skalnego, wyrażanej często w hydrogeologii w odniesieniu do płaszczyzny pionowej stosunkiem współczynników filtracji k_x do k_z . Liczne publikacje (miedzy innymi: Buxton, Smolensky, 1999; Van Der Berg, De Vries, 2003; Ezzy i in., 2006; Morgan, McFarland, 1996; McAda, Berroll, 2002) poruszają problematykę uwzględniania anizotropii „pionowej” w modelach przepływu wody podziemnej. Podawane wartości stosunku k_x do k_z są bardzo różne i mieszczą się w przedziale od 1 do 100. Wartości powyżej 3 odnoszą się do osadów bardzo specyficznych, o strukturze silnie warstwowej i najczęściej trudno przepuszczalnych (anizotropia strukturalna) lub do poziomów wodonośnych z przewarstwieniami nie uwzględnionymi w przestrzennej strukturze modelu (anizotropia pozorna). Typowe utwory eoliczne, fluwialne lub fluwio-glacialne charakteryzują się anizotropią „pionową” mieszczącą się w przedziale pomiędzy 1,0 i 1,5.
- Ograniczona dokładność obrazu pola filtracji w przekroju wynikająca ze stosunku składowej poziomej prędkości filtracji do składowej pionowej. Stosunek ten często sięga rzędu 100 do 1000 i w konsekwencji, dla uzyskania wyników o dużej dokładności, prowadzi to do konieczności stosowania specjalnych metod numerycznych (Nawalany, 1986). Perspektywą w takich przypadkach jest coraz częstsze stosowanie w symulatorach zaawansowanych metod numerycznych rozwiązywania układów równań. Należą do nich, między innymi, metody multigradowe (Adams, 1999), na przy-

kład metoda AMG (*algebraic multigrid*) w pakiecie MODFLOW 2000 (Mehl, Hill, 2001). Podobna sytuacja może wystąpić w przypadkach modeli płaskich poziomych opartych na założeniu Dupuita o braku składowej pionowej prędkości filtracji, szczególnie gdy symulowane strumienie wody są w przybliżeniu równoległe do siebie i do jednej z osi układu współrzędnych.

- Dwuwymiarowość modelu przepływu wody opartego na przekroju hydrogeologicznym zakłada, że składowe wektorów poprzeczne do powierzchni przekroju nie istnieją. W konsekwencji model taki nie opisuje dokładnie przypadku, w których linie prądu (lub trajektorie) nie są zawarte w modelowanej płaszczyźnie — prawo ciągłości przepływu (prawo zachowania masy) przestaje być zachowane. Z tego powodu modelowanie radialnego dopływu do studni nastęrcza dużych trudności i jest ogólnie przyjętą zasadą, że studni nie modeluje się w przekrojach pionowych. W szczególnych przypadkach można rozważać wprowadzenie współczynników wyrażających zmiany szerokości strumienia zawartego pomiędzy powierzchniami utworzonymi z linii prądu. Jeżeli zespół studni stanowi ujęcie w postaci bariery prostopadłej do powierzchni przekroju, błędy wynikające z pominięcia składowych prostopadłych występują głównie w bezpośrednim sąsiedztwie poszczególnych studni i ogólny obraz pola filtracji uzyskany na takim modelu może być dostatecznym przybliżeniem sytuacji panującej w warunkach rzeczywistych.
- Problem znacznego kontrastu współczynników filtracji bezpośrednio sąsiadujących ze sobą utworów skalnych. Składowa normalna pola przepływu na granicy ośrodków skalnych, w których obserwuje się wspomniany wyżej kontrast ulega niemal skokowej zmianie. Prawo ciągłości wymusza wówczas odpowiednią zmianę składowej stycznej. Gdy jedna ze składowych stycznych jest dużo większa, niewłaściwym może być założenie płaskości przepływu w modelu 2D.
- Efekt przewyższenia przekroju, który może prowadzić do błędnej interpretacji obrazu pola filtracji. Większa złożoność budowy geologicznej w kierunku pionowym niż w kierunku poziomym.
- Konieczność zastosowania znacznie mniejszego kroku Δz niż Δx .
- W szczególnych przypadkach różnica między krokiem Δz a Δx może spowodować, że w poziomie będziemy poruszać się w skali dużych elementów (bloków) rzędu 101–102 m (tzw. „skala bloku”) a w pionie — w skali rzędu 10-1-100 m („skala próbki”) (Nawalany, 1999)
- Wielka rozpiętość wartości współczynników układu równań liniowych, co jest konsekwencją złożoności budowy geologicznej i dużych różnic pomiędzy Δz i Δx (Latka, Michalak, 1983).
- Brak trzeciego wymiaru przestrzennego znacznie ogranicza zakres zastosowań modeli dwuwymiarowych — zarówno pionowych, jak i poziomych. Modele takie nie są uniwersalne i powinny być konstruowane jedynie dla określonych i znanych w przybliżeniu stanów pola filtracji. Jeżeli zmiana warunków brzegowych systemu rzeczywistego powoduje powstanie składowych poprzecznych o znacznych wielkościach, to model płaski nie może być użyty do symulacji takiego stanu.

- Każdy model, także hydrogeologiczny i także płaski pionowy bazujący na przekroju hydrogeologicznym, jest jedynie przybliżonym odpowiednikiem systemu rzeczywistego. Lista zjawisk i czynników, które nie są w takich modelach uwzględniane lub są uwzględniane niezbyt dokładnie jest długa i problematyka ta wykracza poza zakres tej publikacji. W praktycznych zastosowaniach o poprawności modelu — jego wierności wobec systemu rzeczywistego — decyduje to, czy otrzymywane wyniki pozwalają na uzyskanie poprawnych odpowiedzi na pytania, jakie wynikają z zadania, dla którego model jest opracowany. Model określonego systemu rzeczywistego dostatecznie poprawny (wierny) dla jednego zadania może okazać się zupełnie niepoprawnym dla innego.

W niniejszej pracy omówione zostały dokładniej dwa problemy metodyczne wybrane z powyższej listy:

- Efekt przewyższenia przekroju — nasze wyobrażenie o przestrzennym rozkładzie pola hydrodynamicznego (nasz model pojęciowy) jest często w pewnym stopniu wypaczony, ponieważ zapominamy o zmienionych w wyniku przewyższenia zależności kątowych oraz odległościach między elementami przekroju.
- Wielka rozpiętość wartości współczynników układu równań liniowych, stanowiącego matematyczny, a ściślej numeryczny zapis modelu jest często przyczyną istotnych problemów ze zbieżnością metod stosowanych do rozwiązywania tego układu.

Problemy te są zilustrowane dwoma przykładami:

- Modelem zlokalizowanym w poprzek Zalewu Zegrzyńskiego, którego zadaniem było określenie proporcji strumieni wód dopływających do bariery studzien biegnącej równoległe do brzegu zbiornika (Nowicki i in., 2006).
- Modelem na przekroju przez nieckę mazowiecką przebiegającym prostopadle do głównej regionalnej osi drenażu i obejmującym wszystkie poziomy wodonośne od oligocenu do powierzchni terenu (Latka, Michałak, 1983).

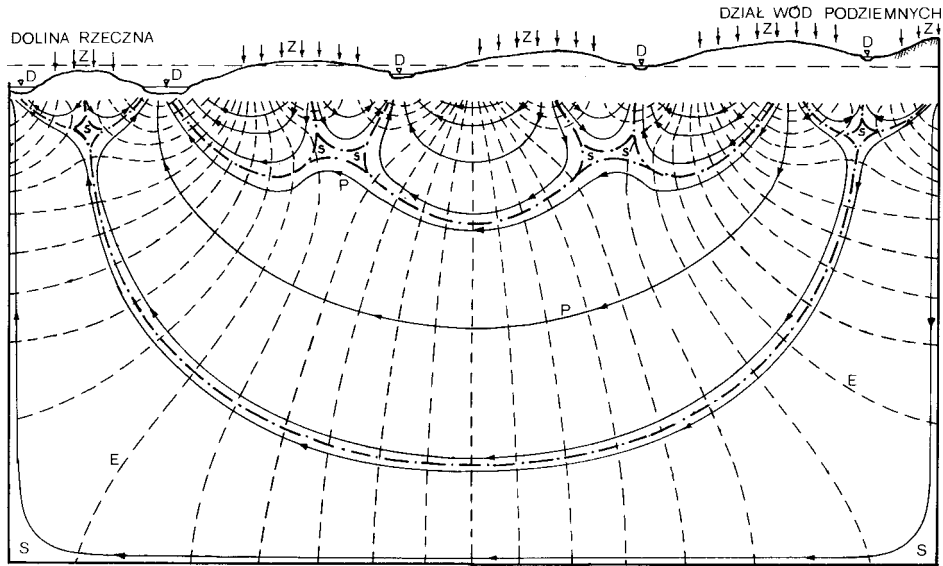
W obu tych przykładach modele płaskie pionowe były częścią szerszego programu badań modelowych, w trakcie których budowane były także modele płaskie poziome (warstwowe lub wielowarstwowe). Ich wyniki umożliwiły optymalne umiejscowienie modeli pionowych tak, aby składowe poprzeczne prędkości filtracji były dostatecznie małe.

2. Efekt przewyższenia przekroju

Zagadnienie przewyższenia nie stanowi problemu numerycznego. Wewnątrz systemu informatycznego przewyższenie jest tylko kwestią zachowania proporcji między odległościami poziomymi i pionowymi i nie stwarza potrzeby używania metod obliczeniowych innych niż dla map, różnica dotyczy tylko zobrazowania informacji (wystarczy zdefiniować odpowiedni układ odwzorowania, który przyjmie dwie skale).

Jednak niejednokrotnie zastosowanie przewyższenia wpływa znacząco na nasze poglądy dotyczące warunków panujących w warstwie wodonośnej i tym samym na interpretację uzyskiwanych w procesie modelowania wyników.

Nasze wyobrażenia o dynamice wód w warstwie wodonośnej w dużej mierze są oparte na wizualizacjach w postaci przekrojów hydrogeologicznych o wysokim przewyższeniu skał pionowej lub szeroko rozpowszechnionych schematach, takich jak na przykład schemat dróg krążenia wód według Wallicka i Totha (1976) przedstawionego na rysunku 1.



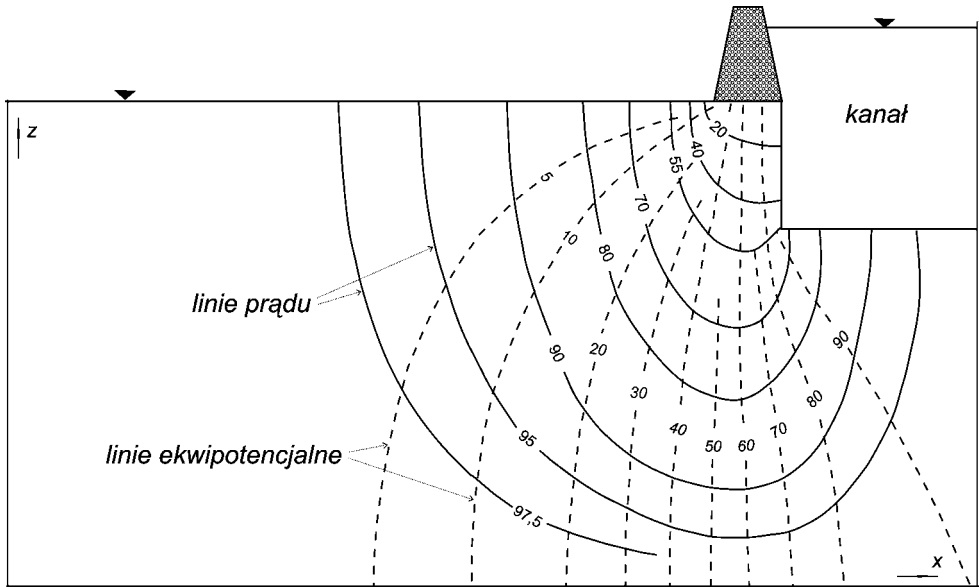
Rysunek 1. Układ krążenia wód podziemnych w ośrodku jednorodnym o zmiennej hipsometrii powierzchni terenu (wg Wallicka i Totha, 1976). Objaśnienia: Z – strefy infiltracji; D – strefy drenażu; P – linie prądu; E – linie ekwipotencjalne; S – strefy stagnacji wody
Figure 1. Schema of groundwater circulation in a homogeneous medium of variable hypsometry. Explanations: Z – infiltration zones; D – drainage zones; P – streamlines; E – equipotential lines; S – zones of water stagnation

Zgodnie z tym schematem w zlewniach o zmiennej hipsometrii terenu, nawet przy założeniu jednorodnej budowy geologicznej, czyli o niezmiennym współczynniku filtracji, układ krążenia wód podziemnych jest złożony i charakteryzuje się dużą zmiennością w kierunku pionowym – względem osi z.

Po bliższym przyjrzeniu się powszechnie znanemu schematowi można zauważyć, że występuje tam pięć różnych stref drenażu i stref infiltracji, co jednoznacznie sugeruje regionalne ujęcie problemu i narzuca określony wymiar poziomy przekroju. Aby przedstawione na nim elementy w postaci dolin rzecznych, cieków wodnych, stref drenażu i infiltracji, miały fizyczny sens, przekrój ten w skali poziomej powinien mieć przynajmniej kilkanaście kilometrów długości. Linie prądu na schemacie są prostopadłe do linii ekwipotencjalnych, jest to zasada ortogonalności siatki hydrodynamicznej i wskazuje to na brak przewyższenia pionowego analizowanego przekroju. W konsekwencji, zachowując jego proporcje, musimy przyjąć, że przedstawiona na nim warstwa wodonośna ma kilka kilometrów miąższości. Biorąc pod uwagę fakt, że nie spotyka się w warunkach naturalnych warstw wodonośnych

o tak dużej miąższości, należy wnioskować, że opisany schemat odbiega znacząco od rzeczywistości. Jest to obraz bardzo inspirujący i wnoszący wiele do wiedzy na temat złożoności systemów krążenia wody podziemnej, jednak ma charakter wyłącznie czysto teoretyczny.

Jak w świetle powyższego powinna wyglądać siatka hydrodynamiczna na przekroju przewyższonym? Efekt przewyższenia jest, w sensie opisu matematycznego, całkowicie równoważny z efektem anizotropii współczynnika filtracji w kierunkach x i z . Przykład takiej siatki nieortogonalnej, gdy $k_z > k_x$, jest przedstawiony w pracy Todda i Beara (1959) i zamieszczony na rysunku 2. Identyczny obraz siatki hydrodynamicznej powstaje w wyniku przewyższenia przekroju.



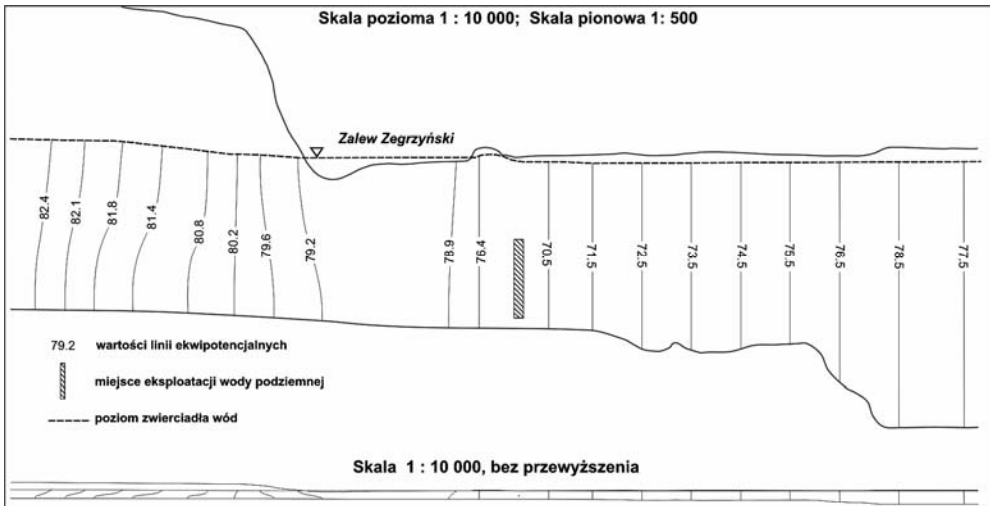
Rysunek 2. Nieortogonalna siatka hydrodynamiczna w anizotropowym ośrodku porowatym $k_z > k_x$ (wg Todda i Beara, 1959)

Figure 2. Nonorthogonal hydrodynamic grid in anisotropic porous medium $k_z > k_x$ (after Todd & Bear, 1959)

3. Analiza warunków hydrodynamicznych w przypadkach rzeczywistych

Wyniki uzyskane z obu wymienionych we wstępie dwuwymiarowych modeli przepływu wód podziemnych w przekrojach, zbudowanych na podstawie rzeczywistych danych, przedstawiają zupełnie inne obrazy linii ekwipotencjalnych.

Model dla przekroju przechodzącego przez Zalew Zegrzyński obejmuje jeden poziom wodonośny w utworach plejstoceno-holocenijskich. Przyjęto w nim następujące wymiary przekroju modelowanej warstwy: długość przekroju: 5 km, miąższość: ≤ 65 m. Wymiary przekroju spowodowały konieczność przewyższenia skali pionowej. Stąd zastosowano 20-krotne przewyższenie. Przyjęto prostokątną siatkę dyskretyzacyjną o wymiarach bloków $\Delta z = 2.5$ m i $\Delta x = 50$ m, czyli stosunek długości boków bloku modelu wyniósł 1 : 20. Całkowita liczba bloków obliczeniowych była równa 3200.



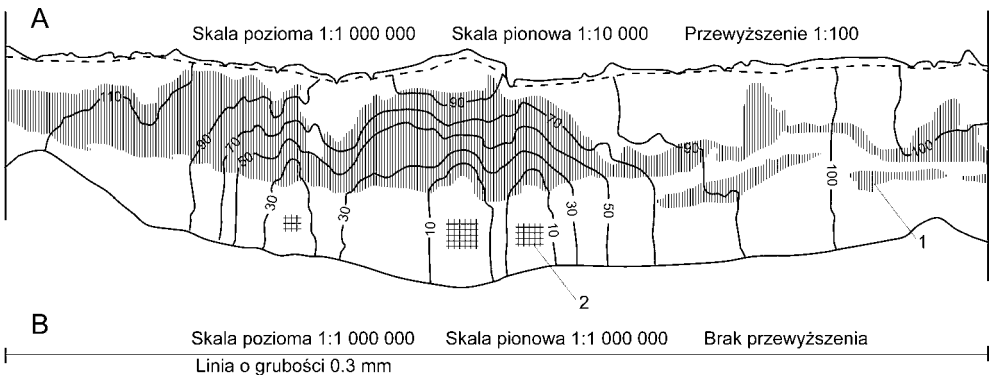
Rysunek 3. Linie ekwipotencjalne na przekroju przez okolice Zalewu Zegrzyńskiego dla wariantu uwzględniającego eksploatację (Nowicki i in., 2006)

Figure 3. Equipotential lines on Zalew Zegrzynski area cross section for exploitation scenario

Rysunek 3 przedstawia graficzną ilustrację wyników jednego z symulowanych wariantów przyjętych w modelowaniu. W tym przypadku symulowano drenaż ośrodka wodonośnego poprzez zadanie w oznaczonym miejscu eksploatacji. Na tablicy rozkładu potencjałów hydrodynamicznych można zaobserwować, że ujęcie warstwy spowodowało znaczne przekształcenie pola filtracji, w stosunku do sytuacji przy braku ujęcia. Zauważalne jest też, że zaistniały głównie zmiany rozkładu parametru w poziomie, zmiany pionowe są natomiast praktycznie niezauważalne. Zgodnie z przedstawionym rysunkiem, linie ekwipotencjalne w obrębie modelowanej warstwy wodonośnej są prawie pionowe.

Uwzględniona w modelu różnorodność litologiczna ośrodka skalnego zdeterminowała zmienność wartości współczynnika filtracji. Dla analizowanego przekroju wartości tego parametru wynosiły od 1×10^{-4} dla ilów do 4×10^1 m/d dla żwirów i otoczków. Doprowadziło to do rozpiętości wartości tego parametru w modelu do rzędu około 1×10^5 . Ponadto przyjęty stosunek boków bloku modelu spowodował, że także stosunek współczynnika filtracji w kierunku pionowym do wartości tego parametru w kierunku poziomym uległ zmianie. To z kolei spowodowało dalsze znaczne zwiększenie rozpiętości wartości omawianego parametru.

Model pionowy na przekroju przechodzącym przez nieckę mazowiecką obejmował kilka poziomów wodonośnych oddzielonych od siebie glinami zwałowymi a także potężną serią iłów warwowych (Latka, Michalak, 1983). Długość tego przekroju wynosiła 130 km, a łączna miąższość warstw objętych modelem dochodziła do 300 m. Wymiary bloków określają wielkości: $\Delta z = 10$ m i $\Delta x = 1000$ m, a całkowita liczba bloków wynosiła 2600. Obraz linii ekwipotencjalnych uzyskany z symulacji jest przedstawiony na rysunku 4. Na uwagę zasługuje fakt, że linie ekwipotencjalne w obrębie warstw wodonośnych są prawie pionowe. Linie wyraźnie skośne występują jedynie w obrębie warstw słabo lub bardzo słabo przepuszczalnych.



Rysunek 4. Linie ekwipotencjalne na przekroju przez nieckę mazowiecką dla wariantu uwzględniającego eksploatację w poziomie oligoceńskim (wg Latki i Michalaka, 1983).

Objaśnienia: A — przekrój z przewyższeniem 100-krotnym; B — przekrój bez przewyższenia – linia o takiej samej długości jak przekrój A i o grubości 0,3 mm; 1 — utwory słabo i bardzo słabo przepuszczalne; 2 — strefy intensywnej eksploatacji wody podziemnej

Figure 4. Equipotential lines on Niecka Mazowiecka cross-section for Oligocene horizon exploitation scenario (after Latka & Michalak, 1983). Explanations: A — cross section with vertical exaggeration factor = 100; B — cross section without vertical exaggeration (v.e. factor = 1) – line of the same length as on the cross section A and thickness = 0,3 mm; 1 — media of low and extremely low permeability; 2 — zones of intensive groundwater exploitation

Zmienność współczynnika filtracji w tym modelu była bardzo duża — od 1×10^{-10} m/s dla węgla brunatnych do 5×10^{-4} m/s dla żwirów i otczaków. W rezultacie daje to rozpiętość rzędu około 10^6 .

4. Wielka rozpiętość wartości współczynników równań

W obu przedstawianych tu przykładach napotkano na problemy natury zbieżności przy rozwiązywaniu układów równań. Przyczyną tego jest wielka rozpiętość wartości współczynników w układach równań:

- W modelu niecki mazowieckiej rozpiętość wartości współczynników była rzędu 1010. Wynika to z rozpiętości wartości współczynnika filtracji 106 i z kwadratu stosunku boków bloków modelu: $1002 = 104$.
- Rozpiętość współczynników równań w modelu rejonu Zalewu Zegrzyńskiego, ze względu na prostszą budowę geologiczną i mniejsze przewyższenie, była mniejsza i wynosiła 1.6×108 . Rozpiętość wartości współczynnika filtracji w tym przypadku była równa 4×105 , a kwadrat stosunku boków wynosił $20^2 = 4 \times 10^2$.

Sytuacja taka wymaga dużej ostrożności, wyniki każdej symulacji muszą być sprawdzane na drodze obliczenia rezydów poiteracyjnych. Ze względu na występującą w takich przypadkach słabą zbieżność, kryterium przzerwania cyklu iteracyjnego powinno być bardzo ostre, co powoduje, że liczba iteracji wyraża się w tysiącach. Jednak szczególnie ważne jest zastosowanie odpowiedniej metody numerycznej. Testy przeprowadzone w przedstawionych tu przykładach wskazują, że wśród metod numerycznych powszechnie stosowanych w modelowaniu hydrogeologicznym najbardziej odpowiednia jest metoda zmiennych kierunków (ADI) stosowana do wyznaczania stanów nieustalonych. Algorytm tej metody można w prosty sposób przystosować do wyznaczania także stanów ustalonych (Łatka, Michałak 1983). Aby w pełni wykorzystać zalety tej metody wskazane jest realizowanie obliczeń w możliwie jak najwyższej precyzji. Typowe programy do budowy modeli hydrogeologicznych posługują się arytmetyką opartą na liczbach zmiennoprzecinkowych o długości 32 bity. W zagadnieniach tu przedstawianych zalecane jest stosowanie liczb podwójnej precyzji w architekturze 64 bitowej, co daje w rezultacie liczby o długości 128 bitów.

5. Wnioski

- 1) Schemat krążenia przedstawiony przez Wallicka i Totha (1976) wnosi wiele do wiedzy na temat złożoności systemów krążenia wody podziemnej, jednak ma charakter teoretyczny i nieuwzględnianie tego faktu może, nawet w przypadku poziomów wodonośnych o bardzo dużej miąższości, prowadzić do błędnych wyobrażeń dotyczących przestrzennego rozkładu parametrów pola filtracji w warunkach rzeczywistych.
- 2) W obu przykładach dotyczących sytuacji rzeczywistych linie ekwipotencjalne w obrębie warstw wodonośnych są prawie pionowe. Linie wyraźnie skośne występują jedynie w obrębie warstw słabo przepuszczalnych lub bardzo słabo przepuszczalnych. Jeżeli model pionowy nie obejmuje takich warstw, to potrzeba jego stosowania ogranicza się do bardzo wyjątkowych przypadków.
- 3) Modele pionowe, których podstawą są przekroje hydrogeologiczne należą do zagadnień trudnych w aspekcie metod numerycznych stosowanych do rozwiązywania układów równań liniowych. Z tego względu każda symulacja wymaga sprawdzenia poprawności uzyskanych wyników na drodze obliczenia rezydów poiteracyjnych.

Literatura

- Adams J. C., 1999: MUDPACK: *Multigrid Software for Elliptic Partial Differential Equations*. URL: <http://www.cisl.ucar.edu/css/software/mudpack/>
- Buxton H. T., Smolensky D. A., 1999: *Simulation of the Effects of Development of the Ground-Water Flow System of Long Island, New York*. Water Resources Investigations Report 98-4069, U.S. Geological Survey.
- Ezzy T. R., Cox M.E., O'Rourke A. J., Huftile G. J., 2006: *Groundwater flow modeling within a coastal alluvial plain setting using a high-resolution hydrofacies approach*. Hydrogeology Journal, 14, 675-688.
- Latka A., Michalak J., 1983: *Analiza pola filtracji na przekroju przez niekę mazowiecką przy pomocy pakietu programów ANPLA*. Prace Instytutu Biocybernetyki i Inż. Biomedycznej PAN, nr 14: 106-112.
- McAda D. P., Barroll P., 2002: *Simulation of Ground-Water Flow in the Middle Rio Grande Between Cochiti and San Acacia, New Mexico*. Water-Resources Investigations Report 02-4200, U.S. Geological Survey. URL: <http://nm.water.usgs.gov/publications/abstracts/wrir02-4200.pdf>.
- Mehl S.E., Hill M.C., 2001: *MODFLOW-2000, the U.S. Geological Survey modular ground-water model - User guide to the LINK-AMG (LMG) Package for solving matrix equations using an algebraic multigrid solver*. U.S. Geological Survey Open-File Report 01-177, 33 p. URL: <http://water.usgs.gov/nrp/gwsoftware/modflow2000/ofr01-177.pdf>
- Morgan D. S., McFarland W. D., 1996: *Simulation Analysis of the Ground-Water Flow System in the Portland Basin, Oregon and Washington*. Water-Supply Paper 2470-B, U.S. Geological Survey.
- Nawalany M., 1986: *FLOSA 3D – Introduction to System Analysis of Three-Dimensional Groundwater Flow System*. Report no. OS 86-07, Project no. 9800, DGV-TNO, 184 pp.
- Nawalany M., 1999: *Zagadnienie skali w hydrogeologii*. Biuletyn PIG 388, Warszawa, 11 str.
- Nowicki Z. i inni, 2006: *Dokumentacja zasobów dyspozycyjnych wód podziemnych części obszaru bilansowego Z 8b*. PIG, Warszawa, 200 str.
- Subieta K., 1999: *Słownik terminów z zakresu obiektowości*. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa, 290 str.
- Szymanko J., 1980: *Koncepcje systemu wodonośnego i metody jego modelowania*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa, 263 str.
- Todd D.K., Bear, J., 1959: *River seepage investigations*. Water Resources Center Contribution 20, Hydraulic Laboratory, Univ. of California, Berkeley, 163 pp.
- Van Der Berg E. H., De Vries J. J., 2003: *Influence of grain fabric and lamination on the anisotropy of hydraulic conductivity in unconsolidated dune sands*. Journal of hydrology, v. 283, 244-266 pp.
- Wallick E. I., Toth J., 1976: *Methods of regional groundwater flow analysis with suggestions for the use of environmental isotopes*. [W:] Interpretation of Environmental Isotope and Hydrochemical Data in Groundwater Hydrology. Proc. of an Advisory Group Meeting, Viena 1975, 37-64 pp.